2020-2021学年天津市耀华中学高一（上）期末数学试卷

一、单选题（本大题共12小题，共48.0分）

1. 已知集合$A=\{x|x^2-5x+6\leq 0\}$，集合$B=\{x|2^x>4\}$，则集合$A\cap B=$（　　）

A. $\{x|2\leq x\leq 3\}$　　B. $\{x|2\leq x<3\}$　　C. $\{x|2<x\leq 3\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

2. 命题p：$\forall x\geq 0$，$x^2-ax+3>0$，则$\neg p$为（　　）

A. $\forall x<0$，$x^2-ax+3\leq 0$　　B. $\exists x\geq 0$，$x^2-ax+3\leq 0$

C. $\forall x\geq 0$，$x^2-ax+3<0$　　D. $\exists x<0$，$x^2-ax+3\leq 0$

3. 若$\sin\alpha<0$且$\tan\alpha>0$，则α是（　　）

A. 第一象限角　　B. 第二象限角　　C. 第三象限角　　D. 第四象限角

4. “$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$”是“$sinx=\frac{1}{2}$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知$a=\log_{0.2}2$，$b=3^{0.3}$，$c=\log_3 2$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

6. 函数$y=\log_a(x-3)+1$（$a>0$且$a\neq 1$）的图象恒过定点A，若点A在直线$mx+ny-1=0$上，其中$m>0$，$n>0$，则mn的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{16}$

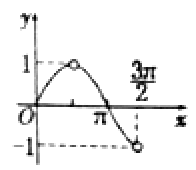
7. 已知函数$f(x)=|3^x-2|-m$有两个不同的零点，则实数m的取值范围是（　　）

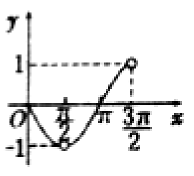
A. $[0，2]$　　B. $(0，2)$　　C. $[0，2)$　　D. $(0，2]$

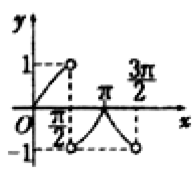
8. 若扇形的圆心角$\alpha=120°$，弦长$AB=12cm$，则弧长$l=$（　　）cm

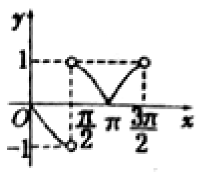
A. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　B. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. $\frac{8\pi}{3}$

9. 如图所示，函数$y=\cos x|\tan x|$（$0\leq x<\frac{3\pi}{2}$且$x\neq\frac{\pi}{2}$）的图象是（　　）

A. 

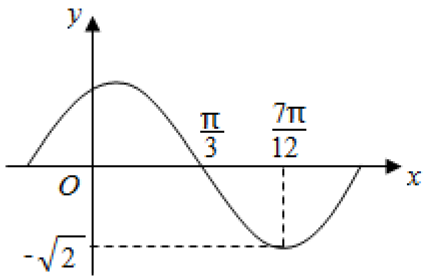
B. 

C. 

D. 

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$\varphi<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则 $f(\frac{11\pi}{24})$ 的值为

（　　）



A. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. -1

11. 把函数 $y=\cos x$ 的图象上所有点向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），得到的图象所表示的函数是（　　）

A. $y=\cos(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6})$　　B. $y=\cos(2x-\frac{\pi}{6})$

C. $y=\cos(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{3})$　　D. $y=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$

12. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期是 π，把它图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后得到的图象所对应的函数为奇函数．现有下列结论：

①函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称

②函数 $f(x)$ 的图象关于点（$\frac{\pi}{6}$，0）对称

③函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}，-\frac{\pi}{12}]$ 上单调递减

④函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{3}，\frac{3\pi}{2}]$ 上有 3 个零点

正确的结论是（　　）

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ②③　　D. ②④

二、单空题（本大题共 6 小题，共 24.0 分）

13. 计算：$(\frac{2}{3})^2+lg25-(\frac{27}{8})^{-\frac{2}{3}}-(-6.9)^0+2lg2$=______.

14. 函数 $y=-\tan^2x+4\tan x+1$，$x\in[-\frac{\pi}{4}，\frac{\pi}{4}]$ 的值域为______ .

15. 已知 θ 是第四象限角，且 $\cos\theta=\frac{4}{5}$，那么 $\frac{\sin(\theta+\frac{\pi}{4})}{\cos(2\theta-6\pi)}$ 的值为______.

16. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 对任意 x 满足 $f(x+\pi)=f(x)$，且当 $x\in[0，\frac{\pi}{2}]$ 时，$f(x)=\sin x$，则 $f(\frac{5\pi}{3})$ 的值为______ .

17. 已知 a，b∈R，且 a-3b+6=0，则 $2^a+\frac{1}{8^b}$的最小值为______.

18. 设函数$f(x)=sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$，其中 ω＞0．若函数 f（x）在[0，2π]上恰有 2 个零点，则 ω 的取值范围是______.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 36.0 分）

19. 已知$f(\alpha)=\frac{sin(\pi-\alpha)cos(2\pi-\alpha)tan(-\alpha+\pi)}{-tan(-\alpha-\pi)sin(-\pi-\alpha)}$.

（1）化简 f（α）；

（2）若 α 是第三象限角，且$sin(\alpha+\pi)=\frac{1}{5}$，求 f（α）的值.

20. 已知 cos（x-$\frac{\pi}{4}$）=$\frac{\sqrt{2}}{10}$，x∈（$\frac{\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{4}$）．

（1）求 sin$x$ 的值；

（2）求 sin（2x+$\frac{\pi}{3}$）的值.

21. 已知函数 f（x）=sin（2ωx+$\frac{\pi}{3}$）+sin（2ωx-$\frac{\pi}{3}$）+2$\cos^2$ωx，其中 ω＞0，且函数 f（x）的最小正周期为 π.

（1）求 ω 的值；

（2）求 f（x）的单调增区间;

（3）若函数 g（x）=f（x）-a 在区间[-$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$]上有两个零点，求实数 a 的取值范围.

答案和解析

1.【答案】C

【解析】解：∵集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leq 0\}=\{x|2\leq x\leq 3\}$，

集合 $B=\{x|2^x>4\}=\{x|x>2\}$，

∴集合 $A\cap B=\{x|2<x\leq 3\}$．

故选：C．

先分别求出集合 A，集合 B，由此利用交集定义能求出集合 $A\cap B$．

本题考查交集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意交集定义的合理运用．

2.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查命题的否定，特称量词命题与全称量词命题的否定关系，基本知识的考查．

直接利用全称量词命题的否定是特称量词命题写出结果即可．

【解答】

解：因为全称量词命题的否定是特称量词命题，

所以命题“：$\forall x\geq 0$，$x^2-ax+3>0$”的否定是$\exists x\geq 0$，$x^2-ax+3\leq 0$．

故选：B．

3.【答案】C

【解析】解：$\sin\alpha<0$，α 在三、四象限；$\tan\alpha>0$，α 在一、三象限．

故选：C．

由正弦和正切的符号确定角的象限，当正弦值小于零时，角在第三四象限，当正切值大于零，角在第一三象限，要同时满足这两个条件，角的位置是第三象限，实际上我们解的是不等式组．

记住角在各象限的三角函数符号是解题的关键，可用口诀帮助记忆：一全部，二正弦，三切值，四余弦，它们在上面所述的象限为正

4.【答案】A

【解析】解：由“$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$”能推出“$sinx=\frac{1}{2}$”，是充分条件，

由“$sinx=\frac{1}{2}$”推不出“$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$”，比如 $x=\frac{5\pi}{6}$，不是必要条件，

故“$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$”是“$sinx=\frac{1}{2}$”的充分不必要条件，

故选：A.

根据充分必要条件的定义判断即可.

本题考查了充分必要条件，考查三角函数问题，是一道基础题.

5.【答案】B

【解析】

【试题解析】

【分析】

利用指数函数和对数函数的性质求解.

本题考查三个数的大小的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意对数函数和指数函数的性质的合理运用.

【解答】

解：$\because \log_{0.2}2<\log_{0.2}1=0$，$\therefore a<0$，

$\because 3^{0.3}>3^{0}=1$，$\therefore b>1$，

$\because \log_{3}1<\log_{3}2<\log_{3}3=1$，$\therefore 0<c<1$，

$\therefore a<c<b$，

故选：B.

6.【答案】D

【解析】解：由对数型函数过定点，得 $x-3=1$，$y=1$，

$\therefore A$（4，1），

$\therefore$将 A 代入直线方程得：$4m+n=1$，

由基本不等式得：$1=4m+n\geq 2\sqrt{4mn}=4\sqrt{mn}$ （$m>0$，$n>0$）当且仅当 $m=n=0.2$ 时，等号成立.

即：$mn\leq\frac{1}{16}$，

故选：D.

由对数函数过定点，得到定点为（4，1），将其代入直线，得到 m 与 n 和的形式，再由

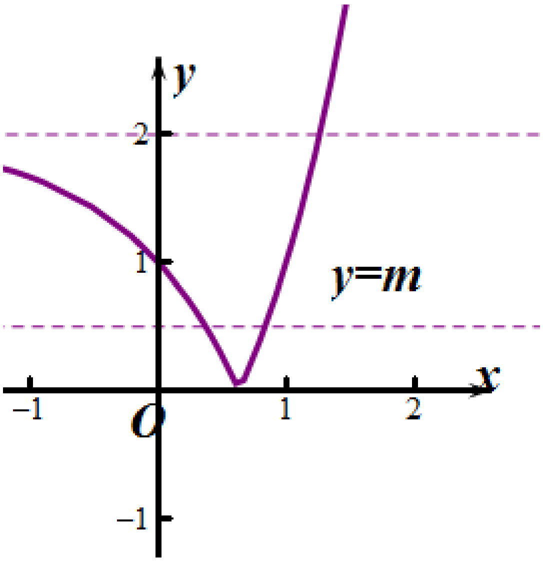
基本不等式，将其转化为 mn 最值问题．

本题考查对数函数定点问题，以及基本不等式运算，是基础题目．

7.【答案】B

【解析】解：原问题等价于函数 $y=|3^x-2|$与函数 $y=m$ 有两个不同的交点，

绘制函数图象如图所示，



据此可得实数 m 的取值范围是：$0<m<2$．

故选：B．

将问题转化为两个函数交点个数的问题，然后数形结合即可求得实数 m 的取值范围．

本题主要考查数形结合的数学思想，等价转化的数学思想，由函数的零点个数求参数取值范围的方法等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力．

8.【答案】B

【解析】解：∵扇形的圆心角 $\alpha=120°$，弦长 $AB=12cm$，

∴半径$r=\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4\sqrt{3}$，

∴弧长 $l=|\alpha|r=\frac{2\pi}{3}\times 4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$，

故选：B．

先求出半径，再利用弧长公式即可求出弧长．

本题主要考查了弧长公式，是基础题．

9.【答案】C

【解析】解：∵$y=\cos x|\tan x|=\begin{cases} \sin x，0 \leq x<\frac{\pi}{2} \\ -\sin x，\frac{\pi}{2}<x \leq \pi， \\ \sin x，\pi<x<\frac{3}{2}\pi \end{cases}$

∴函数 $y=\cos x|\tan x|$（$0\leq x\leq\frac{3\pi}{2}$且 $x\neq\frac{\pi}{2}$）的图象是 C.

故选：C.

根据 x 的取值情况分类讨论，去掉$|\tan x|$中的绝对值符号，转化为分段函数，再识图即可.

本题考查正切函数与正弦函数的图象，确定绝对值符号是关键，考查分类讨论思想与识图能力，属于中档题.

10.【答案】D

【解析】解：由函数 f（x）$=A\sin$（$\omega x+\varphi$）（$A>0$，$\omega>0$，$\varphi<\frac{\pi}{2}$）的部分图象知，

$A=\sqrt{2}$，$\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4\omega}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}$，

解得 $\omega=2$；

再由五点法作图可得 $2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=\pi$，

解得 $\varphi=\frac{\pi}{3}$；

∴f（x）$=\sqrt{2}\sin$（$2x+\frac{\pi}{3}$），

∴f（$\frac{11\pi}{24}$）$=\sqrt{2}\sin$（$2\times\frac{11\pi}{24}+\frac{\pi}{3}$）

$=-\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}$

$=-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=-1$.

故选：D.

由函数 f（x）的部分图象以及五点法作图，求出 f（x）的解析式，再计算 f（$\frac{11\pi}{24}$）的值.

本题考查了函数 f（x）$=A\sin$（$\omega x+\varphi$）的图象与性质的应用问题，是基础题.

11.【答案】B

【解析】解：由 $y=\cos x$ 的图象向右平行移动$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到 $y=\cos$（$x-\frac{\pi}{6}$），

再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍得到 $y=\cos$（$2x-\frac{\pi}{6}$）

故选：B.

根据左加右减的性质先左右平移，再进行 ω 伸缩变换即可得到答案．

本题主要考查函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换，平移变换时注意都是对单个的 x 或 y 来运作的．

12.【答案】A

【解析】解：∵最小正周期是 $T=\pi$，

$\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，

∵它图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位后得到的图象所对应的函数为奇函数，

$\therefore y=\sin[2(x-\frac{\pi}{3})+\varphi]=\sin(2x+\varphi-\frac{2\pi}{3})$ 为奇函数，则 $\varphi-\frac{2\pi}{3}=k\pi$，$\therefore\varphi=k\pi+\frac{2\pi}{3}$，$k\in Z$，

$\because|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

则 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，

$\therefore f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，

函数的对称轴：令 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，解得 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，取 $k=-1$ 时，$x=-\frac{\pi}{12}$，故①正确；

令 $2x-\frac{\pi}{3}=k\pi$，$k\in Z$，解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$，函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}, 0)$，$k\in Z$ 对称，故关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称，②正确；

又由 $-\frac{3\pi}{2}+2k\pi\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，$k=0$ 时，函数 $f(x)$ 的一个单调递减区间 $[-\frac{7\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}]$，

在区间 $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{12}]\subseteq[-\frac{7\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}]$，故③正确；

函数 $f(x)$ 零点为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$，则函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}]$ 上有 $\frac{2\pi}{3}$，$\frac{7\pi}{6}$ 共 2 个零点，故④错误．

综上所述：正确的结论是①②③，

故选：A．

根据题意求出解析式，

①可以求出函数所有的对称轴，然后判断，

②可以求出函数所有的对称中心，然后判断，

③可以求出函数所有的单调递减区间，然后判断，

④可以求出函数所有的零点，然后判断．

本题考查三角函数，以及图象的一些性质，属于中档题．

13.【答案】1

【解析】解：：$(\frac{2}{3})^2+lg25-(\frac{27}{8})^{-\frac{2}{3}}-(-6.9)^0+2lg2$

$=\frac{4}{9}+lg25-(\frac{8}{27})^{\frac{2}{3}}$-1+lg4，

$=\frac{4}{9}-\frac{4}{9}+lg(4\times 25)$-1，

=1．

故答案为：1．

结合指数与对数的运算性质即可直接求解．

本题主要考查了指数与对数的运算性质的简单应用，属于基础试题．

14.【答案】[-4，4]

【解析】解：令 tan$x$=t，∵x∈[-$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$]，

∴t∈[-1，1]，$y=-t^2+4t+1=-(t-2)^2+5$，

故当 t=-1 时，函数 y 取得最小值为-4，

当 t=1 时，函数 y 取得最大值为 4，

故函数 y 的值域为[-4，4]，

故答案为：[-4，4].

由条件利用正切函数的定义域和值域求得 tan$x$=t 的范围，再利用二次函数的性质求得 $y=-t^2+4t+1$ 的值域．

本题主要考查正切函数的定义域和值域，二次函数的性质的应用，体现了转化的数学思想，属于基础题．

15.【答案】$\frac{5\sqrt{2}}{14}$

【解析】

【分析】

利用同角三角函数的基本关系求得 sinθ 的值，再利用诱导公式、两角和的三角公式求得要求式子的值．

本题主要考查同角三角函数的基本关系，诱导公式、两角和的三角公式的应用，属于基础题．

【解答】

解：∵θ是第四象限角，且 $\cos\theta=\frac{4}{5}$，∴$\sin\theta=-\sqrt{1-cos^2\theta}=-\frac{3}{5}$，

∴$\frac{sin(\theta+\frac{\pi}{4})}{cos(2\theta-6\pi)}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}cos\theta}{cos2\theta}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}cos\theta}{cos^2\theta-sin^2\theta}=\frac{\sqrt{2}}{2}\bullet\frac{1}{cos\theta-sin\theta}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\bullet\frac{1}{\frac{4}{5}+\frac{3}{5}}=\frac{5\sqrt{2}}{14}$，

故答案为：$\frac{5\sqrt{2}}{14}$.

16.【答案】$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】解：∵$f(x+\pi)=f(x)$，

∴函数 $f(x)$ 是周期为 π 的周期函数，

∵当$x\in[0，\frac{\pi}{2}]$时，$f(x)=\sin x$，

∴$f(\frac{5\pi}{3})=f(\frac{5\pi}{3}-2\pi)=f(-\frac{\pi}{3})=f(\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

根据条件判断函数的周期是 π，利用函数奇偶性和周期性的关系将函数进行转化求解即可.

本题主要考查函数值的计算，根据函数奇偶性和周期性的关系将函数进行转化是解决本题的关键，比较基础.

17.【答案】$\frac{1}{4}$

【解析】解：a，$b\in R$，且 $a-3b+6=0$，

可得：$3b=a+6$，

则 $2^a+\frac{1}{8^b}=2^a+\frac{1}{2^{a+6}}=2^a+\frac{1}{2^6\cdot 2^a}$

$\geq 2\sqrt{2^a\cdot\frac{1}{2^6 2^a}}=\frac{1}{4}$，

当且仅当 $2^a=\frac{1}{2^{a+6}}$．即 $a=-3$ 时取等号.

$2^a+\frac{1}{8^b}$的最小值为：$\frac{1}{4}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$.

化简所求表达式，利用基本不等式转化求解即可.

本题考查基本不等式的应用，考查计算能力，属于基础题.

18.【答案】$[\frac{5}{6}, \frac{4}{3})$

【解析】解：根据题意，设$f(x)=sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$在 y 轴右侧与 x 轴的第二个交点横坐标为 α，第三个交点的横坐标为 β，

则有 $\omega\times\alpha+\frac{\pi}{3}=2\pi$，$\omega\times\beta+\frac{\pi}{3}=3\pi$，

解可得 $\alpha=\frac{\frac{5\pi}{3}}{\omega}$，$\beta=\frac{\frac{8\pi}{3}}{\omega}$，

若函数 f（x）在[0，2π]上恰有 2 个零点，则$\frac{\frac{5\pi}{3}}{\omega}\le 2\pi<\frac{\frac{8\pi}{3}}{\omega}$，

解可得：$\frac{5}{6}\le\omega<\frac{4}{3}$，

即 ω 的取值范围为$[\frac{5}{6}, \frac{4}{3})$；

故答案为：$[\frac{5}{6}, \frac{4}{3})$．

根据题意，设 f（x）在 y 轴右侧与 x 轴的第二个交点横坐标为 α，第三个交点的横坐标为 β，则有 $\omega\times\alpha+\frac{\pi}{3}=2\pi$，$\omega\times\beta+\frac{\pi}{3}=3\pi$，解可得 $\alpha=\frac{\frac{5\pi}{3}}{\omega}$，$\beta=\frac{\frac{8\pi}{3}}{\omega}$，结合题意分析可得$\frac{\frac{5\pi}{3}}{\omega}\le 2\pi<\frac{\frac{8\pi}{3}}{\omega}$，解可得 ϖ 的值，即可得答案．

本题考查正弦函数的图象变换，涉及函数的零点，注意结合正弦函数的图象分析．

19.【答案】解：（1）已知$f(\alpha)=\frac{sin(\pi-\alpha)cos(2\pi-\alpha)tan(-\alpha+\pi)}{-tan(-\alpha-\pi)sin(-\pi-\alpha)}=\frac{sin\alpha\cdot cos\alpha\cdot(-tan\alpha)}{tan\alpha\cdot sin\alpha}=-cos\alpha$.

（2）$\because sin(\alpha+\pi)=-sin\alpha=\frac{1}{5}$，$\therefore sin\alpha=-\frac{1}{5}$，

又 α 是第三象限角，$\therefore cos\alpha=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$，$\therefore f(\alpha)=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

【解析】（1）由题意利用利用诱导公式化简三角函数式，可得结果．

（2）利用诱导公式，先求出 sinα，再求出 cosα，可得 f（α）的值．

本题主要考查利用诱导公式化简三角函数式，属于基础题．

20.【答案】解：（1）因为 $x\in(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$，

所以 $x-\frac{\pi}{4}\in(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$，

$\sin(x-\frac{\pi}{4})=\sqrt{1-cos^2(x-\frac{\pi}{4})}=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

$\sin x=\sin[(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}]$

$=\sin(x-\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4}+\cos(x-\frac{\pi}{4})\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{7\sqrt{2}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4}{5}$.

（2）因为 $x\in$（$\frac{\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{4}$），

故 $\cos x=-\sqrt{1-sin^2x}=-\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}=-\frac{3}{5}$.

$\sin 2x=2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$，

$\cos 2x=2\cos^2x-1=-\frac{7}{25}$.

所以 $\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\sin 2x\cos\frac{\pi}{3}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{3}$

$=-\frac{24+7\sqrt{3}}{50}$.

【解析】（1）利用 x 的范围确定 $x-\frac{\pi}{4}$的范围，进而利用同角三角函数的基本关系求得 sin（$x-\frac{\pi}{4}$）的值，进而根据 $\sin x=\sin[(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{4}]$利用两角和公式求得答案

（2）利用 x 的范围和（1）中 $\sin x$ 的值，利用同角三角函数的基本关系求得 $\cos x$ 的值，进而根据二倍角公式求得 $\sin 2x$ 和 $\cos 2x$ 的值，

最后代入正弦的两角和公式求得答案.

本题主要考查了两角和公式的化简求值和同角三角函数基本关系的应用．考查了学生基础知识的掌握和基本运算能力.

21.【答案】解：（1）$\because f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})+\sin(2\omega x-\frac{\pi}{3})+2\cos^2\omega x$

$=\frac{1}{2}\sin 2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\omega x+\frac{1}{2}\sin 2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\omega x+1+\cos 2\omega x$

$=\sin 2\omega x+\cos 2\omega x+1$

$=\sqrt{2}\sin(2\omega x+\frac{\pi}{4})+1$，

$\because T=\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，$\therefore\omega=1$;

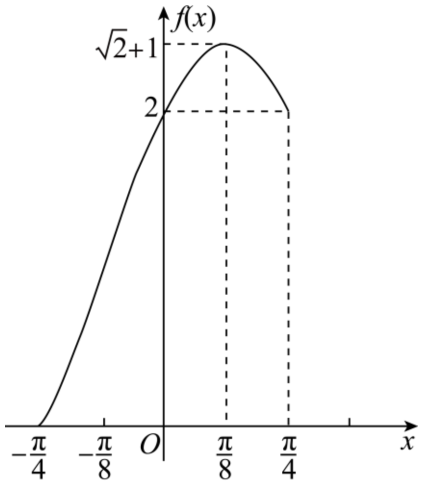
（2）由（1）得 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

解得：$-\frac{3\pi}{8}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{8}+k\pi$，$k\in Z$，

可得 $f(x)$ 的单调增区间为：$[-\frac{3\pi}{8}+k\pi,\ \frac{\pi}{8}+k\pi]$，$k\in Z$;

（3）作出函数 $y=f(x)$ 在$[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}]$上的图象如图：



函数 g（x）有两个零点，即方程 f（x）$-a=0$ 有两解，

亦即曲线 $y=f$（x）与 $y=a$ 在 $x\in[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$上有两个交点，

从图象可看出 f（0）$=f$（$\frac{\pi}{4}$）$=2$，f（$\frac{\pi}{8}$）$=\sqrt{2}+1$，

所以当曲线 $y=f$（x）与 $y=a$ 在 $x\in[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$上有两个交点时，则 $2\leq a<\sqrt{2}+1$，

即实数 a 的取值范围是$[2, \sqrt{2}+1)$.

【解析】本题主要考查了三角函数恒等变换的应用，三角函数周期公式，正弦函数的图象和性质，考查了计算能力和数形结合思想的应用，属于中档题.

（1）利用三角函数恒等变换的应用化简函数解析式可得 f（x）$=\sqrt{2}\sin$（$2\omega x+\frac{\pi}{4}$）$+1$，利用三角函数周期公式可求 ω 的值.

（2）由正弦函数的单调性可求 f（x）的单调增区间.

（3）作出函数 $y=f(x)$在$[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$上的图象，从图象可看出 $f(0)=f(\frac{\pi}{4})=2$，$f(\frac{\pi}{8})=\sqrt{2}+1$，可求当曲线 $y=f$（x）与 $y=a$ 在 $x\in[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$上有两个交点时，$2\leq a<\sqrt{2}+1$，即可得解实数 a 的取值范围.