



8. 函数  $f(x) = \lg x - \frac{1}{x}$  的零点所在的区间是(可能用到的数据:  $\sqrt{10} \approx 3.16, \sqrt[3]{10} \approx 2.15$ )

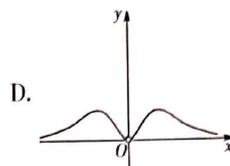
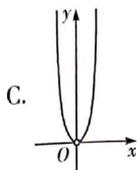
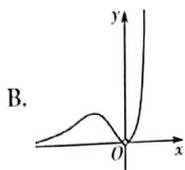
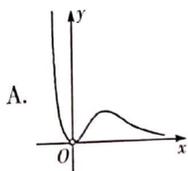
A. (0,1)

B. (1,2)

C. (2,3)

D. (3,4)

9. 函数  $f(x) = \frac{(-x)^2}{|2^x - 1|}$  的图像大致是



10. 已知函数  $f(x)$  对任意实数  $x$  都有  $f(-x) + f(x) = 0$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) = x(x-1)$ , 则不等式  $f(\ln x) > 0$  的解集为

A.  $(\frac{1}{e}, 1)$

B.  $(e, +\infty)$

C.  $(\frac{1}{e}, e)$

D.  $(\frac{1}{e}, 1) \cup (e, +\infty)$

11. 对于函数  $f(x) = \lg(|x-1|+1)$ , 下列判断错误的是

A.  $f(x+1)$  是偶函数

B.  $f(x)$  在  $(-\infty, 1)$  上单调递减, 在  $(1, +\infty)$  上单调递增

C.  $f(x)$  有两个零点

D.  $f(x)$  的值域为  $[0, +\infty)$

12. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足条件  $f(x-2) = f(x)$ , 且函数  $y = f(x+1)$  为偶函数, 当  $x \in [0, 1]$  时,

$f(x) = 2^x - 1$ , 则方程  $f(x) - \frac{1}{2} = 0$  在  $[-1, 3]$  上的实根之和为

A. 4

B. 3

C.  $2 + \log_2 3$

D.  $3 - \log_2 3$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知幂函数  $y = f(x)$  的图像过点  $(\frac{1}{2}, 4)$ , 则  $f(3) =$  \_\_\_\_\_.

14. 设集合  $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递减, 且  $f(2) = 0$ , 则不等式  $x \cdot f(x) > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2, \\ (x-1)^3, & x < 2. \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f(x) + k = 0$  有两个不同的实根, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

(I) 已知  $x > 0$ , 化简:  $\frac{\sqrt{x^2 \sqrt{x}}}{x^{0.25}}$ ;

(II) 求值:  $\log_9 3 - 2^{1 - \log_2 3} + \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3} + 1)^0$ .

18. (12 分)

已知集合  $A = \{x \mid |x - 1| < 2\}$ ,  $B = \{x \mid -m < x < 2m + 2\}$ .

(I) 当  $m = 1$  时, 求  $\complement_{\mathbb{R}}(A \cup B)$ ;

(II) 若  $B \subseteq (A \cap B)$ , 求  $m$  的取值范围.

19. (12 分)

已知函数  $f(x) = ax^2 + 2ax + 1 - b$ ,  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上的最大值为 2, 最小值为 -1.

(I) 求  $a, b$  的值;

(II) 若  $a \neq b$ , 函数  $g(x) = f(x) - mx$  在区间  $(-1, 1)$  上没有最值, 求实数  $m$  的取值范围.

20. (12分)

已知  $a > 1$ , 函数  $f(x) = \log_a(3-x) + \log_a(1+x)$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的定义域;

(II) 求函数  $f(x)$  的零点;

(III) 若函数  $f(x)$  的最大值为 2, 求  $a$  的值.

21. (12分)

“双十一”期间, 某电商准备将一款商品进行打折销售, 根据以往的销售经验, 当售价不高于 20 元时, 每天能卖出 200 件; 当售价高于 20 元时, 每提高 1 元, 每天的销量减少 3 件. 若每天的固定支出为 600 元, 用  $x$  (单位: 元,  $0 < x \leq 60$  且  $x \in \mathbf{N}^*$ ) 表示该商品的售价,  $y$  (单位: 元) 表示一天的净收入 (除去每天固定支出后的收入).

(I) 把  $y$  表示成  $x$  的函数.

(II) 该商品售价为多少元时, 一天的净收入最高? 并求出净收入最高是多少.

22. (12分)

已知  $a > 0$ , 函数  $f(x) = \frac{e^x}{a} + \frac{a}{e^x} - 1$ .

(I) 若  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 求  $a$  的最大值;

(II) 当  $a$  取 (I) 中的最大值时, 若存在  $x \geq 0$ , 使得不等式  $mf(x) \leq e^{-x} - m$  成立, 求实数  $m$  的取值范围.